

गणित (311)
Mathematics (311)
शिक्षक अंकित मूल्यांकन पत्र
Tutor Marked Assignment

कुल अंक : 20

Max. Marks : 20

टिप्पणी: 1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आवंटित अंक प्रत्येक प्रश्न के सामने दर्शाए गए हैं।
Note: All questions are compulsory. The marks allotted for each question are indicated against each question.

2. उत्तर पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ के शीर्ष पर अपना नाम, नामांकन संख्या, अध्ययन केंद्र का नाम और विषय लिखें।

Write your name enrolment number, AI name, and subject on the top of the first page of the answer sheet.

1. निम्नलिखित में से किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए।

2

Answer any one of the following questions.

(A) 30 सदस्यों के एक बड़े संयुक्त परिवार में 10 सदस्यों को केवल लाल रंग पसंद है। 15 सदस्यों को केवल नीला रंग पसंद है। 2 सदस्यों को दोनों रंग पसंद हैं।
यदि

R = परिवार के उन सदस्यों का समुच्चय है जिन्हें लाल रंग पसंद है,

B = परिवार के उन सदस्यों का समुच्चय है जिन्हें नीला रंग पसंद है।

(i) केवल लाल रंग पसंद करने वाले परिवार के सदस्यों के समुच्चय को, समुच्चय R और समुच्चय B के रूप में कैसे दर्शाया जा सकता है?

(ii) केवल नीला रंग पसंद करने वाले परिवार के सदस्यों के समुच्चय को, समुच्चय R और समुच्चय B के रूप में कैसे दर्शाया जा सकता है?

(iii) ऐसे सदस्यों की संख्या ज्ञात कीजिए जिन्हें न तो लाल रंग पसंद है और न ही नीला रंग।

(iv) प्रश्न में दी गयी स्थिति के लिए एक वेन आरेख बनाएं।

(पाठ – 1 देखें)

In a joint family of 30 members, 10 members like only red colour. 15 members like only blue colour. 2 members like both the colours.

If

R = set of family members who like Red colour,

B = set of family members who like Blue colour.

(i) How can the set of family members who like Red colour only be represented in terms of sets R and B?

(ii) How can the set of family members who like Blue colour only be represented in terms of sets R and B?

(iii) Find the number of members who neither like red colour nor blue colour.

(iv) Draw a Venn diagram for the situation.

(See Lesson – 1)

(B) क्या निम्नलिखित फलन सम है या विषम? फलन का प्रांत भी ज्ञात कीजिये।

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

(पाठ – 2 देखें)

Whether the following function is even or odd? Also find the domain of the function.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

(See Lesson – 2)

2. निम्नलिखित में से किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए।

2

Answer any one of the following questions.

- (A) $x^2 + 2x + 4 = 0$ द्विघात समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए। ऑरगंड तल पर द्विघात समीकरण के ज्ञात किए गए मूलों को निरूपित भी करें।

(पाठ – 8,9 देखें)

Find the roots of the quadratic equation $x^2 + 2x + 4 = 0$. Also represent the roots of the quadratic equation on an argand plane.

(See Lesson – 8,9)

- (B) सभी $n \in \mathbf{N}$ के लिए, गणितीय आगमन के सिद्धांत का उपयोग करके निम्नलिखित कथन को सत्यापित करें:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(पाठ – 10 देखें)

Verify the following statement, using the principle of mathematical induction for all $n \in \mathbf{N}$:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(See Lesson – 10)

3. निम्नलिखित में से किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए।

2

Answer any one of the following questions.

- (A) रु. 1000 प्रति वर्ष 10% चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा किया जाता है। किसी भी वर्ष के अंत में खाते में मिश्रधन की गणना नीचे दिए गए सूत्र से की जा सकती है:

$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$, जहां A मिश्रधन है, P जमा किया गया मूलधन है, R प्रति वर्ष ब्याज दर है और n समय अवधि (वर्षों में) है जिसके लिए मूलधन का निवेश किया गया।

(i) प्रथम,द्वितीय और तीसरे वर्ष के अंत पर मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

(ii) दर्शाए कि प्रत्येक वर्ष के अंत में खाते में मिश्रधन का क्रम एक गुणोत्तर श्रेणी(G.P.) बनाता है।

(पाठ – 6 देखें)

Rs. 1000 is deposited at compound interest at 10 % per annum. The amount of money in the account at the end of any year can be calculated by the relation given below:

$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$, where A is amount, P is principal deposited, R is rate of interest per annum and n is time duration (in years) for which the principal is invested.

(i) Find the amount at the end of 1st, 2nd and 3rd year.

(ii) Show that the sequence of amount in the account at the end of each year forms a geometric progression. (See Lesson – 6)

- (B) आदर्श, बाबिल और चरणजीत एक खेल खेल रहे थे। इस खेल में उन्हें चावल के दानों को 3 X 3 की बिसात/चेकरबोर्ड पर व्यवस्थित करना था, जिसमें नौ वर्ग थे। इन वर्गों पर क्रमशः 1 से 9 तक की संख्याएँ लिखी हुई थीं, जैसा कि नीचे दर्शाया गया है:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

आदर्श ने प्रत्येक वर्ग पर चावल के दानों को इस प्रकार व्यवस्थित किया कि चावल के दानों की संख्या वर्गों

पर लिखी संख्या के बराबर हो। अर्थात्, उसने "1" अंकित वर्ग पर एक (1) दाना रखा, "2" अंकित वर्ग पर दो दाने (2) रखें, इत्यादि।

बाबिल ने प्रत्येक वर्ग पर चावल के दानों को इस प्रकार व्यवस्थित किया कि चावल के दानों की संख्या वर्गों पर लिखी संख्या के वर्ग के बराबर हो। अर्थात्, उसने "1" अंकित वर्ग पर एक ($= 1^2$) दाना रखा, "2" अंकित वर्ग पर चार ($= 2^2$) दाने रखें, इत्यादि।

चरणजीत ने प्रत्येक वर्ग पर चावल के दानों को इस प्रकार व्यवस्थित किया कि चावल के दानों की संख्या वर्गों पर लिखी संख्या के घन के बराबर हो। अर्थात्, उसने "1" अंकित वर्ग पर एक ($= 1^3$) दाना रखा, "2" अंकित वर्ग पर आठ ($= 2^3$) दाने रखें, इत्यादि।

क्रमशः आदर्श, बाबिल और चरणजीत द्वारा चेकबोर्ड पर व्यवस्थित किए गए चावल के दानों की कुल संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिए। (पाठ – 7 देखें)

Aadarsh, Babil and Charanjeet were playing a game in which they have to place rice grains on a 3 X 3 checkerboards consisting of 9 squares, each having a number from 1 to 9 written on it, as shown below:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Aadarsh arranged the rice grains on each square such that the number of rice grains is equal to the number written on the squares. i.e. He put one (1) grain on the square marked "1", two (2) grains on the square marked "2", and so on.

Babil arranged the rice grains on each square such that the number of rice grains is equal to the square of the number written on the squares. i.e. He put one grain ($= 1^2$) on the square marked "1", four ($= 2^2$) grains on the square marked "2", and so on.

Charanjeet arranged the rice grains on each square such that the number of rice grains is equal to the cube of the number written on the squares. i.e. He put one ($= 1^3$) grain on the square marked "1", eight ($= 2^3$) grains on the square marked "2", and so on.

Find the ratio of the total number of rice grains arranged on the checkerboard by Aadarsh, Babil and Charanjeet, respectively.

(See Lesson – 7)

4. निम्नलिखित में से किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए।

4

Answer any one of the following questions.

(A) (i) सिद्ध करें कि: $\frac{\sin 2x + \sin 4x}{1 + \cos 2x + \cos 4x} = \tan 2x$

(ii) निम्नलिखित समीकरण हेतु θ का व्यापक मान ज्ञात कीजिए:-
 $4\cos^2\theta = 3$

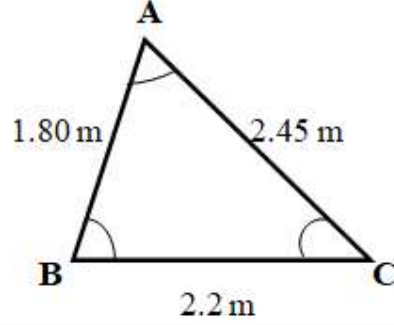
(पाठ – 4 देखें)

(i) Prove that: $\frac{\sin 2x + \sin 4x}{1 + \cos 2x + \cos 4x} = \tan 2x$

(ii) Find the general value of ' θ ' satisfying: $4\cos^2\theta = 3$

(See Lesson – 4)

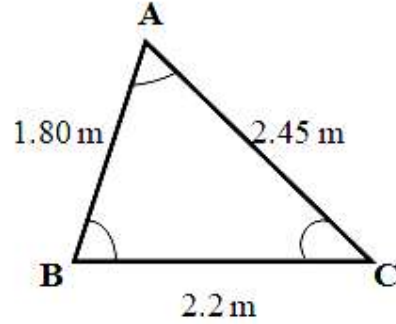
(B) अरुण ने सर्दियों में सड़क पर कुछ कुत्तों को ठंड से कांपते हुए देखा। उसने उनके लिए एक छोटा त्रिकोणीय शेड बनाने का फैसला किया (शेड का एक छोर जैसा कि चित्र में दिखाया गया है)। उसके पास 2.45 मीटर, 1.80 मीटर और 2.2 मीटर लंबी छड़ें हैं जिनका उपयोग करके उसने शेड का फ्रेम बनाया। चित्र में दिखाए अनुसार त्रिकोणीय फ्रेम बनाने के लिए उन कोणों ($\angle A, \angle B, \angle C$) का मान ज्ञात कीजिए जिन पर छड़ें एक दूसरे के साथ व्यवस्थित हैं।



Arun saw few dogs on the street shivering with cold in the winters. He decided to build a small triangular shed for them (one end of the shed as shown in figure). He has rods of length 2.45 m, 1.80 m and 2.2 m using which he made the shed frame. Find the angles ($\angle A, \angle B, \angle C$) to which the sticks are arranged with one another to form the triangular frame as shown in the figure.

Also verify *sine formula* for this triangle.

(See Lesson – 5)



5. निम्नलिखित में से किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए।

4

Answer any one of the following questions.

- (A) (i) मुंबई और नई दिल्ली रेलवे स्टेशन के बीच 5 रेलवे स्टेशन हैं। किसी यात्री द्वारा किन्हीं दो स्टेशनों के बीच यात्रा करने के लिए कितने अलग-अलग टिकटों को मुद्रित करने की आवश्यकता होगी?
 (ii) 3 लड़कों और 7 लड़कियों में से 5 की एक समिति बनायी जानी है। यह कितने विधियों से किया जा सकता है यदि समिति में:

(a) ठीक, 2 लड़कियाँ हों।

(b) कम से कम 2 लड़कियाँ हों।

(पाठ – 11 देखें)

(i) There are 5 railway stations between Mumbai and New Delhi railway station. Determine how many different tickets need to be printed in order for a passenger to be able to travel between any two stations.

(ii) Out of 3 boys and 7 girls, a committee of 5 has to be formed. In how many ways can this be done if the committee must have :

(a) exactly 2 girls.

(b) at least 2 girls.

(See Lesson – 11)

- (B) (i) $(1+a)^n$ के विस्तार मे यदि लगातार तीन पदों के गुणांक A.P. में हैं, तो सिद्ध करें कि $n+2$ एक पूर्ण वर्ग है।

(ii) $x^2+5x+10 < 4$ असमिका को हल करें।

(पाठ – 12 देखें)

(i) In the expansion of $(1+a)^n$ if the coefficients of three consecutive terms are in A.P., then Prove that $n+2$ is a perfect square.

(ii) Solve the inequality: $x^2+5x+10 < 4$

(See Lesson – 12)

6. नीचे दी गयी परियोजनाओं में से कोई एक परियोजना तैयार कीजिये |

6

Prepare any one project as given below.

(A) नियमित 52 ताश के पत्तों की एक गड्डी में चार सूटों में से प्रत्येक में तेरह पत्ते होते हैं: चिड़ी (♣), ईंट (♦), पान (♥), और हुकुम (♠)। पान और ईंट वाले पत्तों की छपाई लाल स्याही से की जाती है जबकि चिड़ी और हुकुम वाले पत्ते काले रंग में छपे होते हैं। प्रत्येक सूट में तीन फ़ेस कार्ड/तस्वीर वाले पत्ते होते हैं – बादशाह, बेगम और गुलाम – जिनमें उलटने योग्य (या दो सिरों वाले) चित्र छपे होते हैं। प्रत्येक सूट में दस अन्य पत्ते भी होते हैं, एक (इक्के) से लेकर दस तक।

(i) यदि 52 ताशों की अच्छी तरह से फेंटी गई गड्डी में से एक पत्ता खींचा गया, प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता

(a) चिड़ी का पत्ता होगा?

(b) काले पत्ते वाले बादशाह होगा?

(c) हुकुम का बेगम होगा?

(d) एक लाल हुकुम होगा?

(ii) 52 पत्तों की गड्डी में से किसी एक पत्ते को चुनना सम्प्रायिक है। सत्यापित करें कि क्या निम्नलिखित घटनाएँ स्वतंत्र हैं?

घटना A: निकाला गया पत्ता एक ईंट का है |

घटना B: निकाला गया पत्ता एक बेगम का है |

(iii) ताश के 52 पत्तों की गड्डी में से एक पत्ता खो गया है। गड्डी के शेष पत्तों में से, तीन पत्ते यादृच्छिक रूप से (प्रतिस्थापन के बिना) निकाले जाते हैं और सभी चिड़ी के पत्ते पाए जाते हैं। खोए हुए पत्ते के एक चिड़ी होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(पाठ – 18,19 देखें)

There are thirteen cards in each of the four suits in a regular 52-card deck: clubs (♣), diamonds (♦), hearts (♥), and spades (♠). The printing of hearts and diamonds is done with Red ink whereas that of clubs and spades is done in black ink. All the suits consist of three face cards—the King, Queen, and Jack—having reversible (or double-headed) pictures. There are ten more cards in each suit, ranging from one (the Ace) to ten.

(i) If a card is selected from a well shuffled deck of 52 cards, what is the probability of drawing

(a) a club ?

(b) a black king ?

(c) a queen of spade ?

(d) a red spade?

(ii) A card is drawn from a pack of 52 cards so that each card is equally likely to be selected. Check whether the following events are independent?

Event A : the card drawn is a diamond

Event B : the card drawn is a queen

(iii) A card from a pack of 52 playing cards is lost. From the remaining cards of the pack, three cards are drawn at random (without replacement) and are found to be all clubs. Find the probability of the lost card being a club.

(See Lesson – 18,19)

(B) वायु गुणवत्ता सूचकांक (एक्यूआई)

जनता को यह सूचित करने के लिए कि वर्तमान में हवा कितनी प्रदूषित है या भविष्य में कितनी प्रदूषित होने की संभावना है, इस हेतु सरकारी संगठनों ने एक प्राचल/मापदंड बनाया है जिसे वायु गुणवत्ता सूचकांक (AQI) कहते हैं। वायु प्रदूषण के स्तर और संबंधित सार्वजनिक स्वास्थ्य जोखिम के साथ AQI बढ़ता है। खराब वायु गुणवत्ता आम तौर पर सबसे पहले बच्चों, बुजुर्गों और श्वसन या हृदय संबंधी समस्याओं वाले लोगों को प्रभावित करती है। सरकारी संगठन आम तौर पर नागरिकों को वायु गुणवत्ता

सूचकांक (एक्यूआई) अधिक होने पर अपनी बाहरी शारीरिक गतिविधि को सीमित करने या शायद पूरी तरह से घर के अंदर रहने की सलाह देते हैं।

वायु गुणवत्ता की स्थिति और मानव स्वास्थ्य पर इसके प्रभावों को प्रस्तुत करने के लिए, निम्नलिखित विवरण श्रेणियां अपनाई गई हैं:

वायु गुणवत्ता सूचकांक (एक्यूआई)	वर्ग
0 – 50	अच्छा
51-100	संतोषजनक
101-200	मध्यम
201-300	खराब
301-400	बहुत खराब
401-500	गंभीर

दो अलग-अलग शहरों A और B का मासिक AQI निम्नलिखित तालिका में दिया गया है। तालिका और उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

माह	शहर - A	शहर - B
जनवरी	51	30
फरवरी	75	42
मार्च	68	56
अप्रैल	74	47
मई	43	39
जून	41	39
जुलाई	60	51
अगस्त	48	35
सितम्बर	55	31
अक्टूबर	85	38
नवंबर	58	32
दिसंबर	62	40

- शहर - A और शहर - B के लिए AQI के आंकड़ों का परास (Range) क्या है?
- शहर-A और शहर-B के लिए AQI आंकड़ों के माध्य की गणना करें?
- वर्ष भर के औसत/माध्य AQI स्तरों के आधार पर, किस शहर की हवा ज्यादा स्वच्छ है?
- शहर - A और शहर - B के लिए AQI के आंकड़ों का प्रसरण और मानक विचलन ज्ञात करें?
- शहर A या B में से कौन सा शहर, AQI स्तरों में अधिक विचरणता दिखाता है?

(पाठ – 17 देखें)

Air Quality Index (AQI)

Government organizations have created a parameter called **air quality index (AQI)** to show the public how polluted the air is now or is expected to get in the future. The AQI increases along with air pollution levels and the corresponding public health risk. Poor air quality generally impacts children, the elderly, and people with respiratory or cardiovascular conditions first. Governmental organizations typically advise citizens to limit their outdoor physical activity or perhaps stay indoors entirely when the Air Quality Index (AQI) is high.

To present status of the air quality and its effects on human health, the following description categories have been adopted

Air Quality Index (AQI)	Category
0 – 50	Good
51 – 100	Satisfactory
101 – 200	Moderate
201 – 300	Poor
301 – 400	Very Poor
401 – 500	Severe

Monthly AQI of two different cities A and B have been given in the following table. Based on the table and above information answer the following questions:

Months	City - A	City - B
January	51	30
February	75	42
March	68	56
April	74	47
May	43	39
June	41	39
July	60	51
August	48	35
September	55	31
October	85	38
November	58	32
December	62	40

- (i) What is the range of the data of AQI for city – A and city – B?
- (ii) Calculate the mean of the data of AQI for city – A and city – B?
- (iii) Based on the mean AQI levels over the year, which city has cleaner air?
- (iv) Find the variance and standard deviation of the AQI data for city – A and city – B?
- (v) Which city A or B shows greater variability in AQI levels?

(See Lesson – 17)